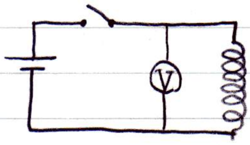
2) インダクタンス

・自己誘導



スイッチの on, off で emf が発生,

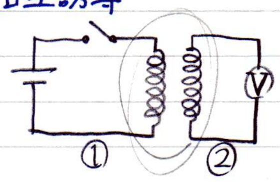
$$V = -L\frac{dI}{dt}$$

L：自己インダクタンス

[L]：H (ヘンリー)

$V = -\frac{d\Phi}{dt}$ ∴ $\boxed{\Phi = LI}$

・相互誘導



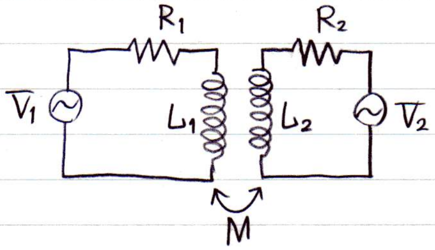
回路①のスイッチの on, off で、回路②に emf が発生.

$$V_{21} = M_{21}\frac{dI_1}{dt}$$

M：相互インダクタンス

$$M_{21} = M_{12} \equiv M \quad \text{(相反定理)}$$

$$\left(V_{12} = M_{12}\frac{dI_2}{dt}\right)$$



$$\begin{cases} \mathbb{H} = I_1\boldsymbol{a}_1 + I_2\boldsymbol{a}_2 \\ \mathbb{B} = I_1\boldsymbol{b}_1 + I_2\boldsymbol{b}_2 \end{cases}$$

($\boldsymbol{a}_1, \boldsymbol{a}_2$ は L^{-1} の大きさをもつベクトル
$\boldsymbol{b}_1, \boldsymbol{b}_2$ は μL^{-1} の大きさをもつベクトル)

磁場のエネルギー V

$$V = \int\left(\frac{1}{2}\mathbb{H}\cdot\mathbb{B}\right)dv \equiv AI_1^2 + BI_1I_2 + CI_2^2$$

エネルギーバランス

$$\underbrace{V_1I_1 + V_2I_2}_{\text{電線の仕事}} = \underbrace{R_1I_1^2 + R_2I_2^2}_{\text{ジュール熱}} + \underbrace{\frac{dV}{dt}}_{\text{単位時間あたりの磁気エネルギーの変化.}}$$

一方、$$\frac{dV}{dt} = 2AI_1\frac{dI_1}{dt} + B\left(I_1\frac{dI_2}{dt} + I_2\frac{dI_1}{dt}\right) + 2C\frac{dI_2}{dt}$$

$$\underbrace{\left(V_1 - 2A\frac{dI_1}{dt} - B\frac{dI_2}{dt} - R_1 I_1\right)}_{=\,0} I_1 + \underbrace{\left(V_2 - 2C\frac{dI_2}{dt} - B\frac{dI_1}{dt} - R_2 I_2\right)}_{=\,0} I_2 = 0$$

for $\forall I_1, I_2$

$$\begin{cases} R_1 I_1 = V_1 - 2A\dfrac{dI_1}{dt} - B\dfrac{dI_2}{dt} \\ R_2 I_2 = V_2 \underbrace{- 2C\dfrac{dI_2}{dt} - B\dfrac{dI_1}{dt}}_{\text{誘導起電力}} \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} 2A \equiv L_1 \\ 2C \equiv L_2 \\ B = M \end{cases}$$

$$\boxed{U = \frac{1}{2}L_1 I_1^{\,2} + \frac{1}{2}L_2 I_2^{\,2} + M I_1 I_2}$$

電磁系のエネルギー

$L\dfrac{d}{dt}$ を抵抗のように考えてよい。