第 11 回

・t 分布

定義

確率変数 X と Y は互いに独立であり、 $X \sim N(0,1), Y \sim \chi^2(k)$ とするとき、

$t = \dfrac{\sqrt{k}X}{\sqrt{Y}}$ に従う分布を自由度 k の t 分布と言い、t(k)で表す。

統計的推定

$X_{1,} X_2, \cdots, X_n \overset{..}{\perp} \sim F$ (母平均 μ ,母分散 σ^2)

における, μ, σ^2 を求めることを推定という。

・推定量…推定に用いる統計量

例) $\overline{X}, s^2$

また、 $\overline{X} = 1230, s^2 = 120^2$ という数値を推定値と言う。

$$\text{推定}\begin{cases} \text{点推定・・・未知パラメータを 1 つの数値で推定すること。} \\ \text{区間推定・・・未知パラメータを一定の確率を含む区間で囲むこと。} \end{cases}$$

信頼区間

・点推定

定義

$\hat{\theta}$ は θ の不偏推定量 $\Leftrightarrow E(\hat{\theta}) = \theta$

推定対象を言い当てているその値

成り立つ定理は以下の通り

・ $X_1, X_2, \cdots, X_n \overset{..}{\perp} \sim F$ のもとで

$E(\overline{X}) = \mu, E(s^2) = \sigma^2$ なので $\overline{X}$ は μ の、 s^2 は σ^2 の不偏推定量である。

ここで、おさらいすべきことがあります。

おさらい

$X_1, X_2, \cdots, X_n :\perp\sim F$ のもとで $E(\overline{X}) = \mu, V(\overline{X}) = \dfrac{\sigma^2}{n}$ であるから

$n \to \infty$ とすると、$V(\overline{X}) = 0$ となる。

→ これを数学的に正確にのべたものが、大数定理である。

・大数定理

$X_1, X_2, \cdots, X_n :\perp\sim F$ (母平均 μ ,母分散 σ^2)のとき、

任意の ε について次式が成立する。

$$\lim_{n\to\infty} P(|\overline{X} - \mu| \le \varepsilon) = 1$$

$$\lim_{n\to\infty} P(|\overline{X} - \mu| > \varepsilon) = 0$$