第５回

確率変数（Random Variable）

たとえば男女の生まれる比率が男：女＝ｐ：１－ｐとし、変数Ｘを男が生まれるなら X=1 女が生まれるなら X=0 と定義すると

P{(X=1)}=p　P{(X=０)}=1-p　となる。

このようにＸのとりうる値の全体がわかっており、その全体の各値に確立が与えられているようなＸを確率変数という。

そうして観察されたＸの値をＸの実現値といい、Ｘのとりうる値全体を値域という。

・　離散型確率変数

Ｘの値域が{x_1、x_2、x_3・・・}のように飛び飛びの値しかとらないとき、Ｘを離散型確率変数という。

この性質は

$P(X=x_K)=f(x_K)$(k=1，２，３・・・)によってさだまる。

これをＸの確率分布という。

$$\sum_{k=1}^{N} P(X=x_k)=1 \quad (k=1.2.3.\cdots)$$

という定理が成立する。（感覚としては当たり前）

ここで、確率分布から有効な情報をとりだしたいと考える。

そのとき必要なのが、以前習った***平均や分散なのである！！***

確率変数の平均・分散 etc…

平均の定義（期待値ともいう）

$$\mu = E(X)=\sum_{k=1}^{N} x_k P(X=x_k)$$

Ｘをなにかしらの関数φで変換した場合

Ｘの関数φ(Ｘ)の定義（φ(Ｘ)の期待値）

$$\mu=E[\phi(x)]=\sum_{k=1}^{N} \phi(X)P(X=x_k)$$

ちなみに、期待値の線形性を用いた以下のような定理が成立する。

$$\begin{cases} E(aX+b)=aE(X)+b \\ E(b)=b \quad (a、b：定数) \end{cases}$$

これを使うと

$E\{(X-c)^2\}=h(c)$ は $c=E(X)$ で最小になることがわかる。

分散の定義

$$\boxed{a^2=V(X)=\sum_{k=1}^{N}(x_k-\mu)P(X=x_k)}$$

＊ a=D(X)は標準偏差

平均 μ を用いた定理が以下のようになる

$$\mathbf{V(X)=E\{(X-\mu)^2\}}$$

もうひとつの定理は

$$\mathbf{V(aX+b)=a^2V(X)}$$

また、分散について成り立つ公式が

$$\mathbf{V(X)=E(X^2)-\{E(X)\}^2}$$

基準化変量の定義

$$Z=\frac{X-\mu}{\delta}$$

δ：標準偏差

成り立つ定理は以下のとおり

$$\mathbf{E(Z)=0 \quad V(Z)=1}$$