8/3 16号館 211 A のドア

力学B(2010) 第3回レポート

問題 1 長さ l，質量 m の棒が，滑らかな水平面上を，中心の周りに一定角速度 ω で回転しながら速さ v で x 軸と平行に移動している．

(1) 棒の中心周りの角運動量を $I\omega$ としたときの I が，$ml^2/12$ と書けることを (積分を用いて) 確認せよ．

(2) 図 1 の原点を中心とした棒の角運動量はどう書けるか．棒を $\mathbf{r}_i$ にある微小素片の集まりと考えると，全角運動量 $\mathbf{L}$ は，$\mathbf{L}=\sum_i \mathbf{r}_i\times\mathbf{p}_i$ と表される．ここで重心の位置を $\mathbf{R}$，全角運動量を $\mathbf{P}=\sum_i \mathbf{p}_i$ とすると，$\mathbf{L}=\mathbf{R}\times\mathbf{P}+\sum_i(\mathbf{r}_i-\mathbf{R})\times\mathbf{p}_i$ となることを用いると (1) の結果が使え，簡単である．

次に，図 1 のように，棒の重心の x 座標が原点と同じ位置に到達したとき，棒はちょうど x 軸と垂直になっており，その瞬間から一端が原点に固定され，角速度 ω' の回転運動に移行した．このときの角運動量は $ml^2\omega'/3$ で与えられる

(3) 棒が固定される過程で働く力が原点においてかかるものとして，角速度 ω' を求めよ．また，棒の固定前後で全運動エネルギーが保存するのはどういう場合か．

問題 2 Mission to Mars. 図 2 のように地球から火星へ探査機を送る．探査機の軌道は太陽をひとつの焦点とする楕円軌道で，近日点で地球の軌道と，遠日点で火星の軌道と接するものとする．地球と火星はそれぞれ半径 r_1, r_2 の円軌道上を運行するものとし，$r_2/r_1=1.5$ とする．また，地球の公転周期は 365 日とする．

(1) 太陽を原点として探査機の軌道の式を $r=\frac{\lambda}{1+\varepsilon\cos\theta}$ とするとき λ と離心率 ε の値を求めよ．

(2) 探査機の火星軌道までの到達時間を求めよ．

(3) 探査機が地球軌道と接する瞬間において，その速さは地球の公転速度の何倍か．

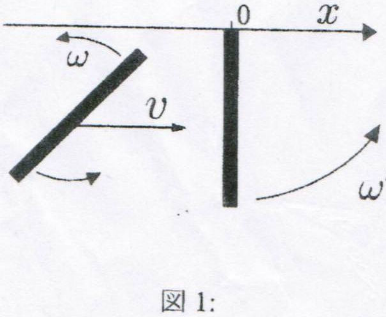

図 1:

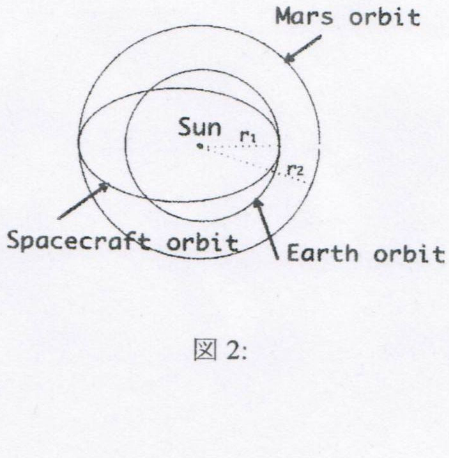

図 2: