

数 I 演習問題 (時弘) 於 724 6.21.'10 (9:00 ~ 10:30)

[問題-1] 次の函数の微分を求めよ.

(1)  $\sin(\log x)$  (2)  $\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$  (3)  $\cot^{-1} x$  ( $0 < \cot^{-1} x < 1$ )

[問題-2] 級数  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$  が収束することを, この級数の  $n$  項までの部分和を  $S_n$  とするとき,  $\{S_n\}$  が Cauchy 列になることを示すことによって証明せよ.

[問題-3] 次の極限值が存在すればその値を求めよ. ただし  $a, b$  は正の実数とする.

(1)  $\lim_{n \rightarrow +0} n \log n$  (2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} (a^n + b^n)^{\frac{1}{n}}$  (3)  $\lim_{n \rightarrow +0} \left(\frac{a^n + b^n}{2}\right)^{\frac{1}{n}}$

[問題-4]  $f(x) := \sqrt{\cosh x}$  とするとき,  $f(x)$  の  $x = 0$  のまわりでの Taylor 展開を  $x^4$  の項まで求めよ.

[問題-5] 次の関数は  $(x, y) = (0, 0)$  において連続か不連続であるかを答えよ.

(1)  $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(2)  $f(x, y) = \begin{cases} e^{-1/x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$