

[問題-1] 次の函数の微分を求めよ.

(1) $\sin(\log x)$ (2) $\sqrt{\frac{1-x^2}{1+x^2}}$ (3) $\cot^{-1} x$ ($0 < \cot^{-1} x < 1$)

[問題-2] 級数 $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2}$ が収束することを, この級数の n 項までの部分和を S_n とするとき, $\{S_n\}$ が Cauchy 列になることを示すことによって証明せよ.

[問題-3] 次の極限值が存在すればその値を求めよ. ただし a, b は正の実数とする.

(1) $\lim_{n \rightarrow +0} n \log n$ (2) $\lim_{n \rightarrow \infty} (a^n + b^n)^{\frac{1}{n}}$ (3) $\lim_{n \rightarrow +0} \left(\frac{a^n + b^n}{2}\right)^{\frac{1}{n}}$

[問題-4] $f(x) := \sqrt{\cosh x}$ とするとき, $f(x)$ の $x = 0$ のまわりでの Taylor 展開を x^4 の項まで求めよ.

[問題-5] 次の関数は $(x, y) = (0, 0)$ において連続か不連続であるかを答えよ.

(1) $f(x, y) = \begin{cases} \frac{x^3}{x^2 + xy + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$

(2) $f(x, y) = \begin{cases} e^{-1/x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$