第６回

・ベルヌーイ試行

２つの場合が存在し、一方を成功とさだめ、その成功が起こる確率が p で、行う n 回の試行が全て独立であるという条件を満たす試行を確立 p 、長さ n のベルヌーイ試行であるという。

定義

$\boxed{A,B \text{ は独立}(A \perp B) \Leftrightarrow P(A \cap B) = P(A)P(B)}$

独立の記号

成り立つ定理は以下の通り

$$A \perp B \Leftrightarrow \begin{cases} A \perp B^c \\ A^c \perp B \\ A^c \perp B^c \end{cases}$$

・$0<P(B)<1$ とすると

$P(A|B)=P(A|B^c) \Leftrightarrow A \perp B$

おさらい

P(A|B)は B が起こった条件下で A が起こる確率を示す

・２項分布

確率変数 X が

$$P(X=x) = {}_nC_x p^x (1-p)^{n-x} \quad (x=1,2,\cdots n)$$

のような確率分布を持つとき、X は２項分布 B(n,p)に従うと言い、X~B(n,p)と書く。（～は「従う」という記号）

成り立つ定理は次ページの通り

- 長さ n のベルヌーイ試行について X=(成功回数)とおくと、$X \sim B(n,p)$が成立する。
- $X \sim B(n,p) \Rightarrow E(X) = np,\ V(X) = np(1-p)$

・ポアソン分布

２項分布 $B(n,p)$において、n が大きく p が極めて小さい場合、このポアソン分布が役立つ。

定義

> 確率変数Xが
>
> $P(X=x) = e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}\ (\lambda > 0)$
>
> のような確率分布を持つとき、Xはポアソン分布$P_o(\lambda)$に従うと言い、
>
> $X \sim P_o(\lambda)$と書く

成り立つ定理は以下の通り

- $np=\lambda$ を一定に保って $n \to \infty\ (p \to 0)$とするとき、

  ${}_nC_x p^x (1-p)^{n-x} \Rightarrow e^{-\lambda}\frac{\lambda^x}{x!}\ (p=\frac{\lambda}{n})$ が成立する。

- $X \sim P_o(\lambda) \Rightarrow E(X) = \lambda,\ V(X) = \lambda$

単位が違うので注意！！

・幾何分布

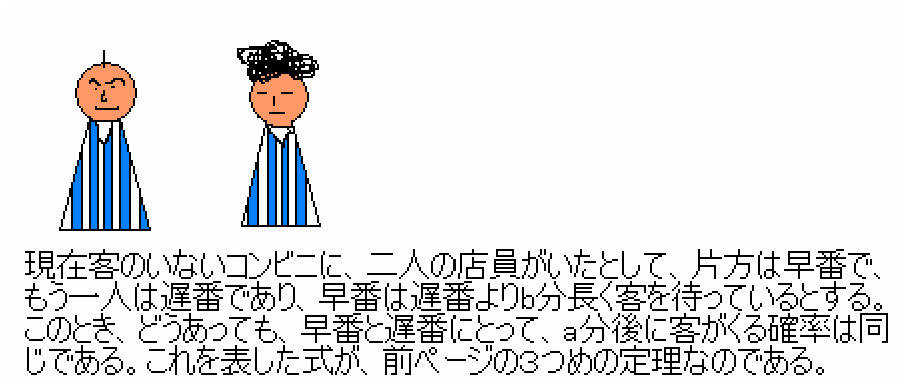
定義

> 確率変数 X が
>
> $P(X=x)=p(1-p)^{x-1}\quad (x=1,2,\cdots)$
>
> のような確率分布を持つとき、X は幾何分布 $G_e(p)$に従うと言い、
>
> $X \sim G_e(p)$と書く。

成り立つ定理は以下の通り

- 長さを定めないベルヌーイ試行について、X＝初めて成功する回とおくと $X \sim G_e(p)$である。
- $X \sim Ge(p) \Rightarrow E(X)=\frac{1}{p},\ V(X)=\frac{\sqrt{1-p}}{p^2}$
- $X \sim Ge(p) \Leftrightarrow P(X=a+b \mid X>b) = P(X=a)\ (a, b=1, 2\cdots)$←幾何分布の無記憶性

３つめの定理はわかりづらいので次ページで説明する



それを、無記憶性と呼ぶのである。

＊要は、幾何分布はｘ回目に始めて成功の場合が起こるものの確率分布なのである。