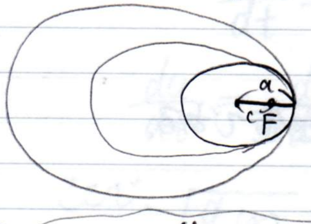
$$\begin{cases} r = \dfrac{l}{1+e\cos\varphi'} \cdots\cdots ⑫' \\ l = \dfrac{b^2}{a},\ e = \dfrac{c}{a} = \dfrac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} > 1, \\ \varphi' = \pi - \varphi \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \dfrac{l}{e^2-1} \\ b = \dfrac{l}{\sqrt{e^2-1}} \end{cases}$$

・放物線

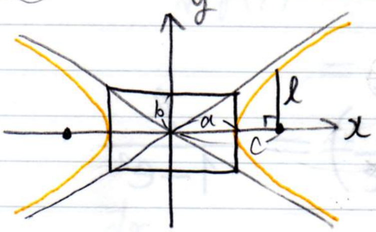
楕円、あるいは双曲線のある極限

$l = \dfrac{b^2}{a}$ を一定にして、aを(bも)無限大に大きくする.



$$a - c = a - \sqrt{a^2-b^2}$$
$$= a\left(1-\sqrt{1-\left(\tfrac{b}{a}\right)^2}\right)$$
$$\longrightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{b^2}{a} = \frac{1}{2}l$$

$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2-b^2}}{a} \longrightarrow 1 \quad (a\to\infty)$$



$$c - a = \sqrt{a^2+b^2} - a$$
$$= a\left(\sqrt{1+\left(\tfrac{b}{a}\right)^2}-1\right)$$
$$\longrightarrow \frac{1}{2}\cdot\frac{b^2}{a} = \frac{1}{2}l$$

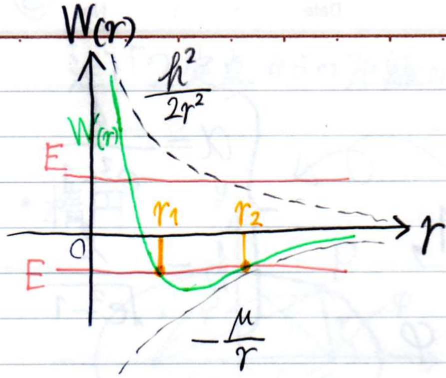
$$e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2+b^2}}{a} \longrightarrow 1 \quad (a\to\infty)$$

☆ 各時刻に対する質点の位置

③より、 $\ddot{r} = \dfrac{h^2}{r^3} - \dfrac{\mu}{r^2}$

tで積分して.

$$\frac{1}{2}\dot{r}^2 = \frac{\mu}{r} - \frac{1}{2}\frac{h^2}{r^2} + E = E - W(r) \cdots\cdots ⑬$$



$E<0$ なら、
r は常に有限（楕円軌道）
で周期的

$E \geqq 0$ なら、
無限遠に飛び去る非周期的運動
（双曲線，放物線）
$E>0$　$E=0$

⑬より、$\dfrac{dr}{dt} = \pm \dfrac{\sqrt{2Er^2+2\mu r-h^2}}{r} = \pm\dfrac{\sqrt{g(r)}}{r}$ ⋯⋯ ⑭

(1) $E<0$（楕円軌道）

$g(r)=0$ は、2根を持ち、それらは r の極値である。

$$r_1 = \frac{l}{1+e}, \quad r_2 = \frac{l}{1-e}$$

平均値を a とすれば

$$a = \frac{r_1+r_2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{l}{1+e}+\frac{l}{1-e}\right) = \frac{l}{1-e^2}$$

$\therefore\ l = a(1-e^2)$

$$r_1 = \frac{l}{1+e} = a(1-e),\quad r_2 = \frac{l}{1-e} = a(1+e)$$

また、根と係数の関係より、

$$\begin{cases} r_1+r_2 = -\dfrac{2\mu}{2E} = -\dfrac{\mu}{E} \\ r_1 r_2 = -\dfrac{h^2}{2E} \end{cases}$$

$\therefore\ a = -\dfrac{\mu}{2E},\quad 1-e^2 = -\dfrac{h^2}{2Ea^2} = -\dfrac{2h^2E}{\mu^2}$ ⋯⋯ ⑮