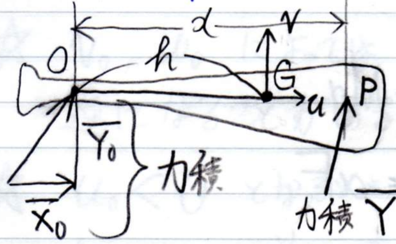
よって、剛体は、

$$a = \frac{k^2}{h} = \frac{I}{Mh} \quad \cdots\cdots ③$$

としたときの単振子と同じ運動をなす。

注）打撃の中心



$$\begin{cases} I\omega = x\overline{Y} \\ Mu = \overline{X_0} \\ Mv = \overline{Y_0} + \overline{Y} \end{cases}$$

$u = 0,\ v = h\omega$ より

$$\overline{X_0} = 0,\ \overline{Y_0} = \omega\left(Mh - \frac{I}{x}\right)$$

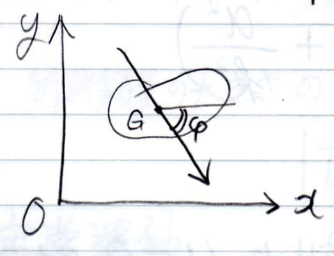
$\overline{Y_0} = 0$ となる x の値を x_0 とすると、 $x_0 = \dfrac{I}{Mh}$

このときの O を、P に対する打撃の中心という。 ③より $x_0 = a$!!

スイートスポットとか

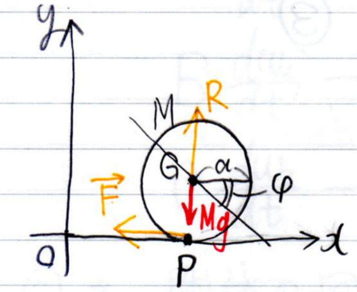
24. 剛体の平面運動

剛体の各点が、定平面に平行な平面内で運動する場合、



$$M\ddot{x} = X$$
$$M\ddot{y} = Y$$
$$I\ddot{\varphi} = N \quad \left(\frac{dL_z'}{dt} = N_z'\right)$$

例(i) 粗なる水平面上の一様な円柱の運動.



P点の速度 u

$$u = \dot{x} - a\dot{\varphi} > 0$$ ここで、

$$\begin{cases} M\ddot{x} = -F \\ M\ddot{y} = 0 = R - Mg \\ I\ddot{\varphi} = Mk^2\ddot{\varphi} = aF \end{cases}$$

$F = fR = fMg$

動摩擦係数.

$$\therefore F = fR = fMg$$

$$\ddot{x} = -fg, \quad \ddot{\varphi} = \frac{a}{k^2}fg$$

$$\therefore \dot{x} = v_0 - fgt, \quad \dot{\varphi} = \omega_0 + \frac{a}{k^2}fgt$$

$t=0$ で $x=0$, $\varphi=0$ とすれば、

$$x = v_0 t - \frac{1}{2}fgt^2, \quad \varphi = \omega_0 t + \frac{afg}{2k^2}t^2$$

uの初期値を $u_0 > 0$ とすれば.

$$u = \dot{x} - a\dot{\varphi} = v_0 - a\omega_0 - fgt\left(1 + \frac{a^2}{k^2}\right)$$

$$= u_0 - fg\left(1 + \frac{a^2}{k^2}\right)t$$

であるから、 $t_1 = \dfrac{u_0 k^2}{fg(a^2+k^2)}$ なる時刻に $u=0$ となる。

その時、摩擦力は働かなくなるから、その後は、

$$\dot{x} = 一定 = v_1, \quad \dot{\varphi} = 一定 = \omega_1$$