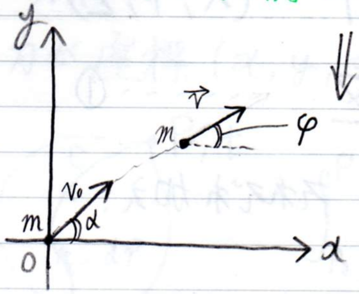
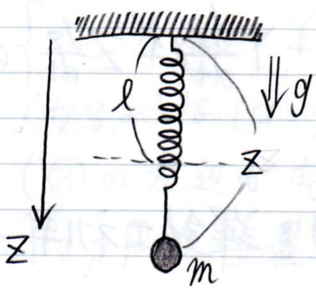
☆ 速度の2乗に比例する空気抵抗 mkv^2 がある場合



$$\begin{cases} \dot{v}_x = -kv^2\cos\varphi \\ \dot{v}_y = -g - kv^2\sin\varphi \end{cases}$$

$$\left(\tan\varphi = \frac{v_y}{v_x}\right)$$

(ii) 弾性的バネの端につるした質点の上下運動



$$m\ddot{z} = -k(z-l) + mg$$

$$z - l - \frac{mg}{k} = x \quad \text{とおけば}$$

$$m\ddot{x} = -kx$$

$$\therefore \ \ddot{x} = -\omega^2 x \quad \left(\omega^2 = \frac{k}{m}\right)$$

この解

$$x = x_0\cos\omega t + \frac{v_0}{\omega}\sin\omega t$$

$$= \underbrace{a}_{\text{振幅}}\cos(\underbrace{\omega t + \alpha}_{\text{位相}})$$

初期位相 α

単振動

ω : 角振動数 $(1/s = Hz)$

$T = \dfrac{2\pi}{\omega}$: 周期 (s)

a : 振幅 (m)

9. 仕事とエネルギー

$$\vec{r} = (x, y, z),\quad \vec{F} = (X, Y, Z)$$

$$m\ddot{x} = X,\quad m\ddot{y} = Y,\quad m\ddot{z} = Z \quad \cdots\cdots ①$$

①の両辺にそれぞれ $\dot{x}$, $\dot{y}$, $\dot{z}$ を乗じてそれぞれ加え、時刻 t_0 から t まで積分すると、

$$\dot{x}\ddot{x} = \frac{1}{2}\frac{d}{dt}(\dot{x}^2)$$ 等の関係を用いて、

$$\frac{1}{2}m\left[\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right]_{t_0}^{t} = \int_{t_0}^{t}\left\{X\frac{dx}{dt} + Y\frac{dy}{dt} + Z\frac{dz}{dt}\right\}dt \quad \cdots\cdots ②$$

$$\begin{cases} T = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2) & \text{: 運動エネルギー} \\ \vec{F}\cdot\delta\vec{r} = X\delta x + Y\delta y + Z\delta z & \\ \quad \text{: } \vec{F} \text{ が微少単位 } \delta\vec{r} \text{ に際してなす仕事} & \end{cases}$$

$$dx = \frac{dx}{dt}\cdot dt,\quad dy = \frac{dy}{dt}\cdot dt,\quad dz = \frac{dz}{dt}\cdot dt$$ より、

> 質点が力 $\vec{F}$ の作用を受けて運動する際、ある時間内の運動エネルギーの増加は、その時間内に力 $\vec{F}$ のなした仕事に等しい。