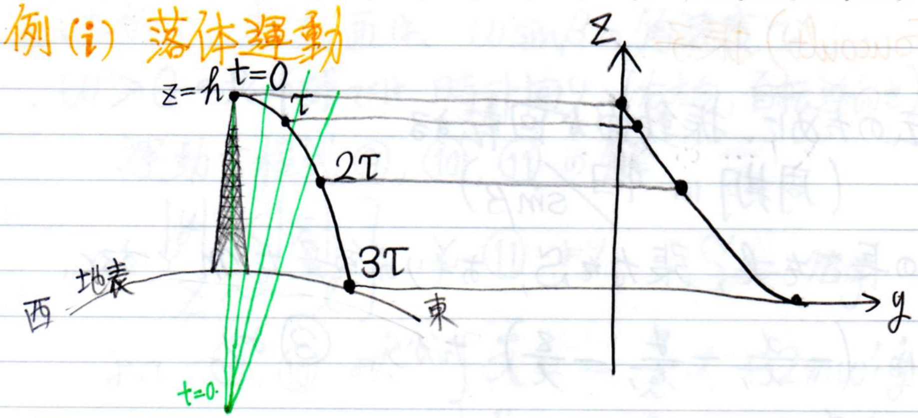
## 例 (i) 落体運動




地表に対する落体の運動
(ナイルの放物線)

③で、X=Y=Z=0 とすると、

$$\begin{cases} \ddot{x} = 2\cos\dot{y}\sin\beta & \cdots\cdots ④ \\ \ddot{y} = -2\omega(\dot{x}\sin\beta + \dot{z}\cos\beta) & \cdots\cdots ⑤ \\ \ddot{z} = -g + 2\omega\dot{y}\cos\beta & \cdots\cdots ⑥ \end{cases}$$

$t=0$ で、$x=y=0$, $z=h$, $\dot{x}=\dot{y}=\dot{z}=0$ とする。

質点は、ほぼ z軸に沿って落下するので、

$|\dot{x}|, |\dot{y}| \ll |\dot{z}|$ である。よって、④, ⑥ より、

$$x=0, \quad z = h - \frac{1}{2}gt^2 \quad \cdots\cdots ⑦$$

これを⑤に代入すると、$\ddot{y} = 2\omega g t\cos\beta$

$$\therefore \quad y = \frac{1}{3}\omega g t^3\cos\beta \quad \cdots\cdots ⑧$$

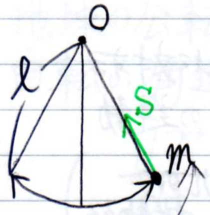
よって、⑦, ⑧ より、

$$\boxed{y = \frac{1}{3}\omega g\cos\beta\left[\frac{2(h-z)}{g}\right]^{3/2}}$$

ナイル(Neil)の放物線

- 北極や南極 ($\beta = \pm\frac{\pi}{2}$) では自転の影響はない。
- 赤道 ($\beta = 0$) では、自転の影響が最大。
- $\{\beta = \frac{\pi}{4} = 45°, h = 100m\}$ とすると、$z=0$ で $y = 1.5$ cm (東) となる。(東に1.5cmずれる)

## 例(ii) フーコー(Foucoult)振子.




自転のために、振動面が回転する

(周期は 1日/$\sin\beta$)

ひもの長さを$\ell$, 張力を$S$, おもりの質量を$m$とすると、

$\vec{S}$の方向余弦は、$\left(-\frac{x}{\ell}, -\frac{y}{\ell}, -\frac{z}{\ell}\right)$ だから、③より、

$$\begin{cases} m\ddot{x} = -S\frac{x}{\ell} + 2m\omega\dot{y}\sin\beta & \cdots\cdots ⑨ \\ m\ddot{y} = -S\frac{y}{\ell} - 2m\omega(\dot{x}\sin\beta + \dot{z}\cos\beta) & \cdots\cdots ⑩ \\ m\ddot{z} = -S\frac{z}{\ell} + 2m\omega\dot{y}\cos\beta - mg & \cdots\cdots ⑪ \end{cases}$$

微小振動を考えると、$z \simeq -\ell = -$定 より、

⑩の右辺最後の項は落とせる。

$\left(⑨\times(-y) + ⑩\times x\right)\frac{1}{m}$ より、

$$x\ddot{y} - y\ddot{x} = -2\omega(x\dot{x} + y\dot{y})\sin\beta$$

$$\therefore \frac{d}{dt}(x\dot{y} - y\dot{x}) = -\omega\sin\beta\frac{d}{dt}(x^2 + y^2)$$

$$\therefore x\dot{y} - y\dot{x} = -\omega(x^2+y^2)\sin\beta + C$$

つり合いの点 $x = y = 0$ を通るように運動させれば、$C = 0$

極座標 $x = r\cos\varphi$, $y = r\sin\varphi$ を用いると、

$$r\cos\varphi(\dot{r}\sin\varphi + r\dot{\varphi}\cos\varphi) - r\sin\varphi(\dot{r}\cos\varphi - r\dot{\varphi}\sin\varphi)$$

$$= -(\omega\sin\beta)r^2$$

$$\therefore r^2\dot{\varphi} = -(\omega\sin\beta)r^2$$

$$\therefore \dot{\varphi} = -\omega\sin\beta$$