

# 微分積分学 A 期末テスト 問題

2010年7月26日 (月) 13:00から15:00まで

- 裏面にも問題があります。
- 解答用紙が2枚以上ある場合は、全ての解答用紙に学生証番号と氏名を記入してください。
- 1問の解答を複数の解答用紙に続けて書く場合は、続きがあることが分かる様にしてください。
- 教科書、ノートの持ち込みは禁止です。

① (5点) 数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  がある実数  $\alpha$  に収束することの数学的に正確な定義を述べよ。(数学記号  $\exists, \forall$  を使わず、日本語で述べること。)

② (10点) 次の関数  $f(x)$  の導関数を求めよ。

(1)  $f(x) = \arcsin \sqrt{1-x^2}$ ,  $(0 < |x| < 1)$

(2)  $f(x) = e^{\cosh |x|}$ ,  $(x \neq 0)$

③ (15点) 実数列  $\{a_n\}$  と正の実数  $\alpha > 0$  に関する次の主張が正しければ証明し、間違っていれば成り立たない例(反例)をあげよ。

(1)  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$  ならば、ある自然数  $N$  が存在して

$$n \geq N \implies a_n > 0$$

が成り立つ。

(2)  $\lim_{n \rightarrow \infty} |a_n| = \alpha$  ならば、 $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \alpha$  か  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n = -\alpha$  のどちらかが成り立つ。

④ (10点) 無限級数

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2} =$$

が絶対収束するかどうか答えよ。(絶対収束するかどうかを示すこと。)

⑤ (10点)  $c > 1$  とするとき、次の極限值を求めよ。

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2}{c^n}$$

$$(1+(c-1))^n = 1 + n(c-1) + \frac{n(n-1)}{2}(c-1)^2 + \dots$$