

確率論基礎 試験問題 (前期/2009, 担当 西和田)

2009.7.17

**注意** 解答用紙の裏面を使うときは必ず矢印の場所から書き始めること。問題は任意の順序で解答してよい。

**1** 3つの壺  $U_1, U_2, U_3$  があり、 $U_1$  には赤玉が2個、白玉が4個、 $U_2$  には赤玉が3個、白玉が3個、また  $U_3$  には赤玉が4個、白玉が2個入っている。今サイコロを投げ 1,2,3 の目が出れば  $U_1$  から、4,5 の目が出れば  $U_2$  から、また 6 の目が出れば  $U_3$  から無作為に玉を2個取り出す試行を考える。この試行により取り出した玉が2個とも赤玉であったとき、それらが壺  $U_2$  から取り出された確率はいくらか。

**2** 確率変数  $X$  は2項分布  $B(2, p)$  に従う。

$$E[X^2] = \frac{4}{3}E[X]$$

であるとき、 $E[X]$  を求めよ。

**3** 確率変数  $X, Y$  は互いに独立で、ともに平均1のポアソン分布に従う。

(a)  $P(XY \leq 2)$  をもとめよ。

(b) 正定数  $a$  に対して、 $E[a^X] = e^2$  が成り立つとき、 $a$  の値を求めよ。

**4** 円周上の一点  $A$  を一端とする直径を  $AA'$  とする。 $AA'$  の片側にある半円弧を  $C_1$ 、別の側にある半円弧を  $C_2$  とする。 $C_1$  上に無作為に点  $B$  を、 $C_2$  上に無作為に点  $C$  を、互いに独立にとる。(Bは  $C_1$  上に連続一様分布、Cは  $C_2$  上に連続一様分布している。両点は互いに独立。)

(a) 三角形  $ABC$  において、最も小さい角が  $\angle BAC$  になる確率を求めよ。

(b)  $|\angle ABC - \angle ACB|$  (radian) の平均を求めよ。

**5** 確率変数  $X, Y$  は次の密度関数で定義される同時分布に従う。

$$f(x, y) = \begin{cases} 8xy & (0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq x) \\ 0 & (\text{その他}) \end{cases}$$

このとき、共分散  $\text{Cov}[X, Y]$  をもとめよ。