「水理学」試験問題（2013 年 2 月 4 日）

1. 長さ x-方向に一様な，水平に置かれた円管内に，定常層流が流れている (Hagen-Poiseuille 流れ)．x-y-z-直交座標系における Navier-Stokes 方程式

$$\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}+\mathbf{V}\cdot\nabla\mathbf{V}=-\frac{1}{\rho}\nabla p+\begin{pmatrix}0\\0\\-g\end{pmatrix}+\nu\nabla\cdot\nabla\mathbf{V}$$

を，円管横断面の中心に原点をとった r-θ-極座標系へ変換することより，この流れの流速分布支配式が

$$\frac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\frac{1}{r}\frac{\partial u}{\partial r}=-\frac{g}{\nu}\frac{\partial \eta}{\partial x}$$

であることを示せ．ただし，g は重力加速度，ν は動粘性係数，u は x 方向流速，η はピエゾ水頭 $\left(=\dfrac{p}{\rho g}+z\right)$ であり，その他の記号は通常の慣例に従う．

なお，$\dfrac{\partial^2 u}{\partial y^2}+\dfrac{\partial^2 u}{\partial z^2}=\dfrac{\partial^2 u}{\partial r^2}+\dfrac{1}{r}\dfrac{\partial u}{\partial r}+\dfrac{1}{r^2}\dfrac{\partial u}{\partial \theta}$ の導出過程も含めること．

2. 「乱流」について，以下 A)～I)の用語すべてを用いて説明せよ．

$\frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial \theta^2}$

A) 流線
B) Reynolds 数
C) Reynolds 応力
D) 開水路流れ
E) 断面平均流速
F) 摩擦勾配
G) 確率論
H) 完全流体
I) 粘性流体

$\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{\partial}{\partial r}\frac{1}{r}$

$\cancel{\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}}$

$\sin^2\theta\frac{\partial^2}{\partial r^2}+\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}-\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}$

$+\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}+\frac{\cos^2\theta}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}$

$+\frac{\cos^2\theta}{r}\frac{\partial}{\partial r}-\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}$

$\cos^2\theta\frac{\partial^2}{\partial r^2}-\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}+\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}$

$-\frac{\sin\theta\cos\theta}{r}\frac{\partial^2}{\partial r\partial\theta}+\frac{\sin^2\theta}{r^2}\frac{\partial^2}{\partial\theta^2}+\frac{\sin^2\theta}{r}\frac{\partial}{\partial r}$

$+\frac{\sin\theta\cos\theta}{r^2}\frac{\partial}{\partial\theta}$

0