2010(平成22)年度 前期 微分積分学A

$\boxed{1}$ $\mathbb{R}$の部分集合A, Bには最小元(最小数)が存在するとする．Aの最小元をa，Bの最小元をbとする．

(1) $\min\{a,b\}$が和集合$A\cup B$の最小元になることを示せ．

(2) 共通部分$A\cap B$が空集合ではないとき，

$$\max\{a,b\} \leqq \inf(A\cap B)$$

となることを示せ．

$\boxed{2}$ $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$, $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$は次の(1),(2),(3)を満たす数列とする．

(1) $\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$は単調増加，すなわち$b_n<b_{n+1}$　$(n=1,2,3,\cdots)$

(2) すべてのiについて，$b_n<a_i<b_{n+1}$となるnがある

(3) すべてのnについて，$b_n<a_j<b_{n+1}$となるjはあったとしても有限個である

$\{b_n\}_{n=1}^{\infty}$が有界ならば$\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$は収束することを示せ．

$\boxed{3}$ 関数$y=\mathrm{Tan}^{-1}\dfrac{2x}{1-x^2}$　$(x\in\mathbb{R},\ x\neq\pm1)$の導関数$y'$を求めよ．

$\boxed{4}$ Leibnizの公式を用いて，関数$f(x)=x^n e^x$　$(x\in\mathbb{R})$の第n階微分係数(第n次微分係数) $f^{(n)}(0)$を求めよ．ただしnは正の整数である．

$\boxed{5}$ 関数$f(x)=\dfrac{\log(x^2+1)}{e^x-1-x}$　$(x>0)$の$x\to+0$のときの極限値を求めよ．

$\boxed{6}$ 次のことを示せ．

$$\int_{ay}^{y} x^b \sin\frac{1}{x}\,dx \to 0 \quad (y\to+0)$$

ただしa, bは定数で，$0<a<1$，$-1<b<0$.