7．両辺の展開と交換関係を用いて、 $\hat{A}_z(\hat{A}_x \pm i\hat{A}_y) = (\hat{A}_x \pm i\hat{A}_y)(\hat{A}_z \pm \hbar)$ を証明せよ。

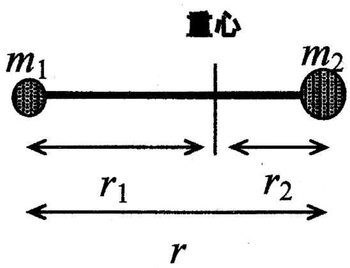
8．角運動量の固有値　$\hat{A}^2 Y_{lm} = l(l+1)\hbar^2 Y_{lm}$　（l は整数または半整数）

を用いて、p 軌道の電子の角運動量の大きさが 1.8×10^{-34} J sec になることを示せ。また、電子スピン $\boldsymbol{S}$ $\left(s=\frac{1}{2},\ m_s=+\frac{1}{2},\ -\frac{1}{2}\right)$ の角運動量の空間の量子化を図示せよ。

9．てこの原理 $m_1 r_1 = m_2 r_2$ を用いて、二原子分子の原子核の回転の角運動量が $A = I\omega$ 、$I = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} r^2$ で表されることを示せ。また、分子の回転の運動エネルギーは

$$E = \frac{1}{2} I\omega^2 = \frac{A^2}{2I} = \frac{\hbar^2}{2I}\{j(j+1)\}^2$$

になることを導け。

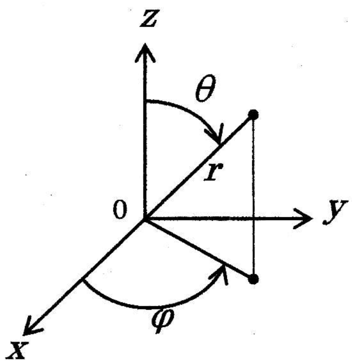


10．次の球面極座標とデカルト座標の変換式を完成させよ。

$x =$　　　　　　　$\tan\phi = y/x$

$y = r\sin\theta\sin\varphi$　　　$\cos\theta =$

$z =$　　　　　　　$r = (x^2+y^2+z^2)^{1/2}$



さらに、次の固有関数を図示せよ。

$$\psi = (32\pi)^{-1/2} a_0^{-\frac{3}{2}} \rho e^{-\frac{\rho}{2}} \cos\vartheta \qquad \rho = \frac{r}{a_0}$$

11．水素原子の３つの量子数の取り得る値を記せ。また、p 軌道と d 軌道の数を求めよ。

（ヒント　$\hat{A}_z Y_{lm} = m\hbar Y_{lm}$　　$(m = l, l-1, \cdots, -l+1, -l)$ ）

さらに、$\psi_{1s} = Ae^{-r/a_0}$ を用いて、1s 軌道の動径分布関数 $\rho = 4\pi r^2 \psi_{1s}{}^2$ がボーア半径 a_0 で最大値をとることを示せ。