§3.1.8 3次元空間における保存力の条件

◎ナブラ演算子について

$$\nabla = \underbrace{\left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z}\right)}_{\text{ベクトル表示(not座標)}} = \mathbb{i}\frac{\partial}{\partial x} + \mathbb{j}\frac{\partial}{\partial y} + \mathbb{k}\frac{\partial}{\partial z}$$

これを用いると、3次元空間における力$\mathbb{F}$は、∇とポテンシャル$U(\mathbb{r})$を用いて $\mathbb{F} = -\nabla U(\mathbb{r})$ と表すことができる。

◎外積について (3次元空間)

$A \times B = (A_y B_z - A_z B_y,\ A_z B_x - A_x B_z,\ A_x B_y - A_y B_x)$ という計算のことを外積という。具体的な計算方法を図にしてみると、

$A_x \quad A_y \quad A_z \quad A_x$

$\times \quad \times \quad \times$

$B_x \quad B_y \quad B_z \quad B_x$

$A_x B_y$ と $A_y B_x$ ／ $A_y B_z$ と $A_z B_y$ ／ $A_z B_x$ と $A_x B_z$

z成分 ／ x成分 ／ y成分

このような図を頭の中に思い浮かべると計算しやすい。

・∇の性質

$\nabla \times \nabla = \overset{\text{ゼロ}}{0}$　　　$\nabla \cdot \nabla = \triangle = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$ ($\triangle$:ラプラシアン)

- $\nabla \cdot$ ベクトル $\longrightarrow$ div ($\nabla A = \mathrm{div} A$) ⇒ 湧き出しのイメージ
- $\nabla \cdot$ スカラー $\longrightarrow$ grad ($\nabla U = \mathrm{grad} U$) ⇒ 傾斜のイメージ
- $\nabla \times$ ベクトル $\longrightarrow$ rot ($\nabla \times \mathbb{F} = \mathrm{rot} \mathbb{F}$) ⇒ 渦度(渦の激しさ)のイメージ