

§3.1.8 3次元空間における保存力の条件

① グラディエント演算子について

$$\nabla = \left(\frac{\partial}{\partial x}, \frac{\partial}{\partial y}, \frac{\partial}{\partial z} \right) = i \frac{\partial}{\partial x} + j \frac{\partial}{\partial y} + k \frac{\partial}{\partial z}$$

ベクトル表示 (基底座標)

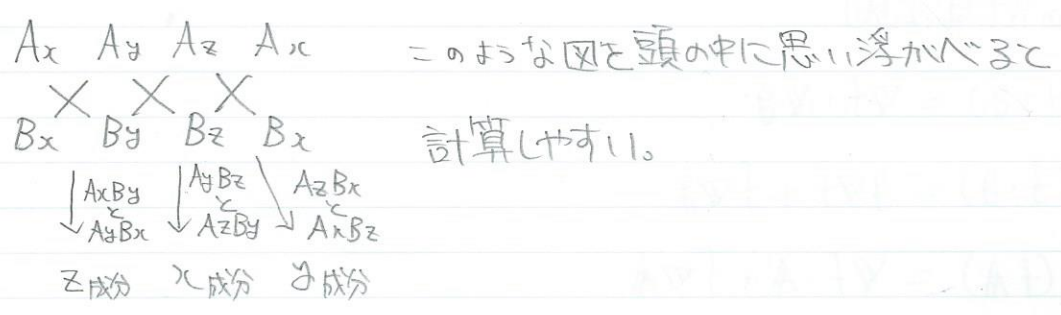
これをを用いると、3次元空間における力 F は、 ∇ とポテンシャル $U(x)$ を用いて $F = -\nabla U(x)$ と表すことができる。

② 外積について (3次元空間)

$$A \times B = (A_y B_z - A_z B_y, A_z B_x - A_x B_z, A_x B_y - A_y B_x)$$

という

計算のことを外積という。具体的な計算方法を図にしてみると、



・ ∇ の性質

$$\nabla \times \nabla = 0 \quad \nabla \cdot \nabla = \Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \quad (\Delta: \text{ラプラシアン})$$

- $\nabla \cdot$ ベクトル \rightarrow div ($\nabla \cdot A = \text{div } A$) \Rightarrow 湧き出しのイメー
- $\nabla \cdot$ スカラー \rightarrow grad ($\nabla U = \text{grad } U$) \Rightarrow 傾斜のイメー
- $\nabla \times$ ベクトル \rightarrow rot ($\nabla \times F = \text{rot } F$) \Rightarrow 渦度 (渦の強さ) のイメー