1 (1) $\overrightarrow{AB}=(-1,0,1)$,
xy平面の法線ベクトル$\vec{n}$を
$(0,0,t)$ $(t\in\mathbb{R})$ とおく。
2つのベクトルのなす角をφ $(0\leq\varphi\leq\frac{\pi}{2})$

$$\cos\varphi=\frac{t}{t\cdot\sqrt{2}}=\frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\therefore \varphi=\frac{\pi}{4}$$

$$\therefore \theta=\frac{\pi}{2}-\varphi=\frac{\pi}{4} \text{ (答)}$$

(2) $\overrightarrow{AC}=(3,2,2)$より,
$\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}$に垂直なベクトルの1つ
($=n$とする)は,
$n=(2,-5,2)$
したがって, 求める方程式を
$ax+by+cz+d=0$とし,
$(a,b,c)=(2,-5,2)$
$(x,y,z)=(2,-1,1)$を代入
して$d=-11$
よって
$2x-5y+2z-11=0$ (答)

(3) 外積の定義より
$a\times b=(-1,-3,-1)$ (答)

(4) $k_1a+k_2b+k_3c=0$とする
このとき,
$$\begin{cases} 2k_1+k_2+5k_3=0 \\ -k_1-k_2+k_3=0 \\ k_1+2k_2+3k_3=0 \end{cases}$$
が成り立つ。これをといて
$(k_1,k_2,k_3)=(0,0,0)$
したがって組$\{a,b,c\}$は
1次独立 (答)

(5) $$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 \\ 1 & -1 & 2 \\ 5 & 1 & 3 \end{vmatrix}=2(-5)-1(-4)+5(-1)$$
$=-11$
$\therefore$ 左手系

(6) $\frac{|-11|}{6}=\frac{11}{6}$