§3.2 角運動量

質量 m の質点が速度 $\boldsymbol{v}$ で動いているときの運動量は $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ で定義され、原点と質点の間の距離を $\boldsymbol{r}$ として、原点から測った角運動量ベクトル $\boldsymbol{L}$ は $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p} = \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{v}$ で定義される。

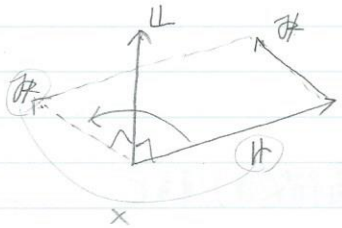
ここで、$\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ について、$\boldsymbol{L}$ を t で微分すると

$$\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \times \boldsymbol{p} + \boldsymbol{r} \times \frac{d\boldsymbol{p}}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \times \boldsymbol{p} + \boldsymbol{r} \times \frac{d(m\boldsymbol{v})}{dt} = \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \times \boldsymbol{p} + \boldsymbol{r} \times m\boldsymbol{a}$$

$$= \underbrace{\frac{d\boldsymbol{r}}{dt} \times \boldsymbol{p}}_{0} + \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{F}$$ （$\because \frac{d\boldsymbol{r}}{dt} = \boldsymbol{v}$, $\boldsymbol{p} = m\boldsymbol{v}$ で、$\boldsymbol{v} \,//\, m\boldsymbol{v}$）

$= \boldsymbol{N}$ （トルク） と定義する。
∟力のモーメント

◎ $\boldsymbol{L} = \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{p}$ のイメージ図



また、種々の計算により、このときの面積速度は $\frac{|\boldsymbol{L}|}{2m}$ で表される。

ケプラーの法則により、面積速度は一定なので、$\frac{|\boldsymbol{L}|}{2m} = 0$

$\Longleftrightarrow |\boldsymbol{L}| = 0$ 　このとき $\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \overset{ゼロ}{\boldsymbol{0}}$ 　また $\frac{d\boldsymbol{L}}{dt} = \boldsymbol{N}$ より

$\boldsymbol{N} = \boldsymbol{0}$ 　つまり力のモーメントがないので、太陽が惑星に及ぼす力は保存力である。