

3 行列 A, B は対称行列なので、

$${}^t A = A, \quad {}^t B = B$$

② ${}^t(AB)$ が対称行列のとき、
 ${}^t(AB) = AB$ ①

いっぽう、対称行列の性質より
 ${}^t(AB) = {}^t B {}^t A = BA$ ②

①, ②より $AB = BA$ 。つまり A と B は
可換である。

示すので A と B が可換のとき、

$$AB = BA$$

左独立に $= {}^t B {}^t A$

$$= {}^t(AB)$$

つまり AB は対称行列。
以上より示された。 \square

4(3)