(2) (i) $(a, a\times b)$ をとると、$(a, a\times b) = [a, a, b] = |a\ a\ b| = 0$
同じもの

よって、a と $a\times b$ は直交で、同様に b と $a\times b$ も直交

また、$|a\ b\ a\times b| = [a, b, a\times b] = (a\times b, a\times b)$
$= \|a\times b\|^2 \geq 0$

つまり、a, b が一次独立のとき、$a\times b \neq 0$ より
$a, b, a\times b$ は右手系である。(教科書)

(ii) 教科書で。

(4) $a\times(b+c)$ … $(a+b)\times c$ と同様に考えればOK

③ $[a, b, c] = |a\ b\ c| = (a\times b, c)$ … 教科書 (余因子を用いている)

④ (1) a と b が平行である必要十分条件は $a\times b = 0$ である。

(2) a と b が一次独立であるとき、$a\times b$ は R^3 のベクトルであり、
(i) $a\times b$ は a, b 両方に直交し、$a, b, a\times b$ の順で右手系
(ii) $a\times b$ の大きさは a と b で作られる平行四辺形の面積、すなわち
$\|a\times b\| = \sqrt{\|a\|^2\|b\|^2 - (a, b)^2}$ である。

(1) … $a = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{pmatrix}$ $b = \begin{pmatrix} ka_1 \\ ka_2 \\ ka_3 \end{pmatrix}$ とかけるので、a と b が平行なとき $a\times b = 0$ であるのは明らか。

逆に $a\times b = 0$ のとき、$b \neq 0$ より、$b = \begin{pmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{pmatrix}$ としたとき、b_1, b_2, b_3 のどれかが0ではない。

このとき、$b_3 \neq 0$ とすると、$a\times b = 0$ より、$a_2b_3 - a_3b_2 = 0$
$a_2 = \frac{a_3}{b_3} b_2$　$\frac{a_3}{b_3} = k$ とおくと、
$a_2 = kb_2$
$a_3 = kb_3$

また、$a_3b_1 - a_1b_3 = 0$ より、$a_1 = kb_1$
よって、a と b は平行