

### 線形 3

#### 一次独立と一次従属

組  $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$  と、その一部からなる組  $\{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_s}\}$  を考える。

この時、 $1 \leq i_1 < \dots < i_s \leq r$  かつ  $1 \leq s \leq r$  であるとする。

1.  $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$  が一次独立なら、 $\{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_s}\}$  も一次独立であるといえる。

証明 (教科書のやつの簡単な解説)

$a_{i_1}v_{i_1} + a_{i_2}v_{i_2} + \dots + a_{i_s}v_{i_s} = 0$  とする。

この時、 $\{v_1, v_2, \dots, v_r\}$  のなかのベクトルのうち、 $v_{i_1} \sim v_{i_s}$  以外のベクトルについている全ての係数を表すために、 $a_j = 0$  ( $j \neq i_1, i_2, \dots, i_s$ ) という記号を用いる。ここで、 $a_j = 0$  とすると、 $a_1v_1 + a_2v_2 + \dots + a_rv_r = 0$  が常になりたつ。また、仮定より、 $a_1 \sim a_r$  はすべて 0 なので、 $a_{i_1} \sim a_{i_s}$  はすべて 0 によって、 $\{v_{i_1}, v_{i_2}, \dots, v_{i_s}\}$  は一次独立である。