Date

2 $k_1 v + k_2 N v + \cdots + k_{m+1} N^m v = 0$ —①

を考える。

①の両辺に N^m をかけて,

$\underbrace{k_1 N^m v}_{①} + \underbrace{k_2 N^{m+1} v + \cdots + k_{m+1} N^{2m} v}_{②} = 0$ —②

②の各項には N^{m+1} が含まれ、また

$N^{m+1} = O$ より ②は

$k_1 N^m v = 0$.

$N^m \neq O$, $v \neq 0$ より $k_1 = 0$

以下 帰納的に

$k_2 = k_3 = \cdots = k_{m+1} = 0$ が示されるので

$k_1 = k_2 = \cdots = k_{m+1} = 0$.

よって $\{u, Nu, \cdots N^m u\}$ は1次独立 □

4 (1) 偽

反例

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 4 & -3 \end{pmatrix}$$

(2) 真

$A \neq O$ とする。

Aの行ベクトルのうち, どの成分も

0でないものが少なくとも1つは存在するので,

それを $\vec{a_1}$ とおくと, ${}^tA$ の第1列ベクトル

も $\vec{a_1}$ となる。

${}^tAA$ の成分には必ず $\vec{a_1}$ (Aの第1行)と

$\vec{a_1}$ (${}^tA$ の第1列)の積で表されるものが

存在するから ${}^tAA \neq O$

対偶が示されたのでもとの命題も

正しい。□

3 行列A, Bは

${}^tA = A$

${}^t(AB)$ が

${}^t(AB) =$

いっぽう

${}^t(AB) =$

①, ②よ

可換で

AとBが

AB

つま

以上よ

4(3)