以下の設問[1]～[4]に答えよ．

[1] 各辺の長さが$2a,2b,2c$である直方体の剛体について，主慣性モーメントを求めよ．ただし，剛体の密度は一様であり，質量はMとする．

[2] 半径 a の一様密度の円板を中心から $h(<a)$ の距離にある弦を水平軸として微小振動させる．円板の質量をM，重力加速度をgとする．また，水平軸に関する円板の慣性モーメントをIとする．

(1) 振動の周期をM,g,h,Iを用いて表せ．

(2) Iを計算し，周期を最小にするhを求めよ．

[3] 水平面と角θをなす粗い斜面がある．この斜面を回転しながら転がる円板の運動を考える．円板の半径はaで質量はM，また，回転軸に関する慣性モーメントをIとし，斜面と円板の間の静止摩擦係数をμ，動摩擦係数をμ'，重力加速度をgとする．

(1) 円板が滑らずに斜面を転がる場合，円板に働く摩擦力をFとして(i)円板の運動方程式（重心運動と回転運動）と(ii)円板が滑らないときに成り立つ式を示せ．

(2) (1)の方程式を解いて，円板の重心運動の加速度を求めよ．また，斜面と円板の間に働く摩擦力を求め，滑らずに転がる条件をθ,μを用いて表せ．$I=\dfrac{Ma^2}{2}$を用いて良い．

(3) 円板が滑りながら転がるとき，円板の重心運動の加速度を求めよ．

[4] 剛体の回転運動を考え，剛体に固定した座標系として慣性主軸をとる．剛体の主慣性モーメントをI_1,I_2,I_3として$I_3>I_2>I_1$とする．剛体に働く力のモーメントがゼロのとき，Euler方程式は次式で与えられる．

$$I_1\frac{d\omega_1}{dt}-(I_2-I_3)\omega_2\omega_3=0,\quad I_2\frac{d\omega_2}{dt}-(I_3-I_1)\omega_3\omega_1=0,\quad I_3\frac{d\omega_3}{dt}-(I_1-I_2)\omega_1\omega_2=0$$

ここで$\omega_1,\omega_2,\omega_3$はそれぞれの慣性主軸の周りの回転の角速度である．

(1) $\frac{1}{2}(I_1\omega_1^2+I_2\omega_2^2+I_3\omega_3^2)$が時間によらず一定であることを示し，物理的な意味を述べよ．

(2) $|\omega_1|\gg|\omega_2|,|\omega_3|$のとき，このEuler方程式の近似解を求めよ．

(3) $|\omega_2|\gg|\omega_1|,|\omega_3|$のとき，このEuler方程式の近似解を求め，(2)との違いを述べよ．

以上