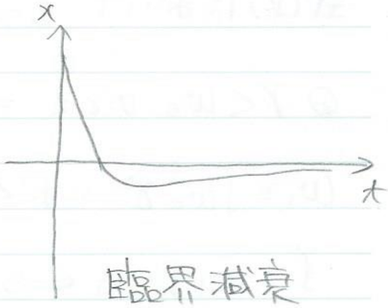
② $\gamma=\omega_0$ のとき ⇒ 臨界減衰

式(II)は $\ddot{f}=0$ になるので、解は $f=at+b$

となる。よって $x(t)=e^{-\gamma t}(at+b)$ となる。



臨界減衰

§4.9 放物運動(2次元)

ベクトル空間において、運動方程式は $F=ma$ と表せる。

ここで、a を x成分 a_x (水平) と y成分 a_y (鉛直) に分けると、

$$\begin{cases} ma_x=0 \\ ma_y=-mg \end{cases} \quad \text{また} \quad \begin{cases} v_x=\underset{\text{初速度}}{v_{0x}}=\dot{x} \\ v_y=v_{0y}-gt=\dot{y} \end{cases}$$ と表せる。

ここで、x と y の関係を調べるために $\frac{dy}{dx}$ を考えると、

$$\frac{dy}{dx}=\frac{\dot{y}}{\dot{x}}=\frac{v_{0y}-gt}{v_{0x}}=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}-\frac{gt}{v_{0x}}=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}-\frac{gx}{v_{0x}^2}\ \left(\because v_{0x}=\dot{x} \overset{}{\underset{\text{積分}}{\Longleftrightarrow}} v_{0x}t=x\right)$$

$$\Longleftrightarrow \frac{dy}{dx}=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}-\frac{gx}{v_{0x}^2}$$ この両辺を x について積分して

$$y=\frac{v_{0y}}{v_{0x}}x-\frac{g}{2v_{0x}^2}x^2+C\ (C:\text{定数}) \overset{\text{平方完成}}{=} \frac{v_{0y}^2}{2g}-\frac{g}{2v_{0x}^2}\left(x-\frac{2v_{0x}v_{0y}}{g}\right)^2$$

これは、最高点が $\frac{v_{0y}^2}{2g}$、最大到達距離値が $\frac{v_{0x}v_{0y}}{g}=\frac{2v\cos\theta\, v\sin\theta}{g}$

$=\frac{v^2\sin 2\theta}{g}$ であることを表している。ちなみに、最大到達距離値を与える

θ は $\theta=\frac{\pi}{4}$ である。

§4.10 ⟶ 教科書参照

§4.11 ⟶ プリント参照