

これが常に成立するためには右辺が"定数"である。これを $-\mu^2$ とする

$$\frac{1}{X} \frac{d^2 X}{dx^2} = -\mu^2 \quad \frac{1}{Y} \left(\frac{d^2 Y}{dy^2} + \lambda^2 Y \right) = \mu^2$$

$$X(x) = C \sinh \mu x + C' \cosh \mu x$$

$$Y(y) = D \sinh \sqrt{\lambda^2 - \mu^2} y + D' \cosh \sqrt{\lambda^2 - \mu^2} y$$

$$Z(x, y, t) = \{C \sinh \mu x + C' \cosh \mu x\} \{D \sinh \sqrt{\lambda^2 - \mu^2} y + D' \cosh \sqrt{\lambda^2 - \mu^2} y\} \cos(\omega t + d)$$

($C, C', D, D', \mu, \lambda$ は境界条件と初期条件で決まる)
膜が2辺の長さ a, b の長方形の周囲を固定されている

$$x=0 \quad x=a \quad y=0 \quad y=b \quad Z=0$$

$$X(0)=0, \quad X(a)=0$$

$$Y(0)=0, \quad Y(b)=0 \text{ より } C'=0, D'=0, \sinh \mu a=0, \sinh \sqrt{\lambda^2 - \mu^2} b=0$$

$$\mu = \frac{m}{a} \pi \quad m=1, 2, 3$$

$$\sqrt{\lambda^2 - \mu^2} = \frac{n}{b} \pi \quad n=1, 2, 3, \dots$$

$$\lambda^2 = \pi^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right) \quad \omega = \frac{2\pi}{\rho} \lambda^2 \left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2} \right)$$

$$\therefore Z(x, y, t) = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} A_{nm} \sin \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b} \cos(\omega t + d)$$