・音波

微小振幅の運動方程式を考えて

$$\rho\frac{\partial u_x}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial x}$$

$$\rho\frac{\partial u_y}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial y}$$ （ρ＝密度 pは圧力の変化分，u_x, u_y, u_zは変位の速度成分）

$$\rho\frac{\partial u_z}{\partial t}=-\frac{\partial p}{\partial z}$$

微小な体積の変化の割合は $\frac{\delta V'-\delta V}{\delta V}=\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}$ （$u_x=\frac{\partial\xi}{\partial t}$，$u_y=\frac{\partial\eta}{\partial t}$，$u_z=\frac{\partial\zeta}{\partial t}$）

媒質の体積弾性率 K とすると

$$p=-K\frac{\delta V'-\delta V}{\delta V}=-K\left(\frac{\partial\xi}{\partial x}+\frac{\partial\eta}{\partial y}+\frac{\partial\zeta}{\partial z}\right)$$

$u_x=\frac{\partial\xi}{\partial t}$ $u_y=\frac{\partial\eta}{\partial t}$ $u_z=\frac{\partial\zeta}{\partial t}$ なので

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2}=\frac{K}{\rho}\left(\frac{\partial^2 p}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}\right)$$ これは p が速さ $\sqrt{\frac{K}{\rho}}$ の波で伝わるということ

音波がないときの媒質の密度を ρ_0 とすると

$\rho_0\delta V=\rho\delta V'$ であり　$\rho=\frac{\delta V}{\delta V'}\rho_0=\rho_0(1+s)$ とすれば

$$s=-\frac{\delta V'-\delta V}{\delta V}$$ であるので

$p=Ks$ だから

$$\frac{\partial^2 s}{\partial t^2}=\frac{K}{\rho}\left(\frac{\partial^2 s}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial y^2}+\frac{\partial^2 s}{\partial z^2}\right)$$ となり密度の変化が

速さ $\sqrt{\frac{K}{\rho}}$ の波として伝わる