

平成24年度卒業論文

エリスの測定値における十二律の推定の再検討

所属ゼミ	村澤ゼミ
学籍番号	1090401093
氏名	中喜重

大阪府立大学経済学部

要約

現在の日本にはさまざまな伝統音楽が継承されている。音楽によってチューニング法も最初に調律具などからとる標準音となる音もその周波数もさまざまであろう。しかし、昭和時代初期以前までは日本音楽はどれもほぼ同じ音を標準音とし、その周波数もほぼ同じだった可能性がある。アレクサンダー・エリスは1884年に日本音楽の十二律を表す音又の周波数を測定している。エリスによると、当時の日本音楽の十二律を表す音又列の壺越の音は292.7Hzとなっている。本稿ではその壺越の音を標準音とし、その当時の周波数と調律法を推定した。分析の結果壺越の周波数は291.663Hz、調律法は壺越から5度ずつ3つ、4度ずつ8つの音をとったものであることが判明した。

目次

目次	3
第 1 章 はじめに	4
第 2 章 先行研究	5
第 3 章 データ	6
第 1 節 エリスの測定値	6
第 4 章 分析手法	8

第1章 はじめに

第2章 先行研究

本稿に用いるデータはエリス(1885)で測定された音叉群のものである。エリスが測定した音叉は当時の文部省直轄の音楽取調掛掛長伊澤修二が送付したもので、1885年に開催されたロンドン発明品博覧会への出展を目的として製作されたものである。東京芸術大学百年史編集委員会(1987)の出品目録によれば博覧会に雅楽琵琶平調の調子を表す音叉4個、雅楽以外の日本音楽(ここでは俗楽と呼ぶ)の平調子を表す音叉8個、日本音楽十二律を示すべき音叉13個が出展されている。さらに伊澤はエリス個人に対しても俗楽平調子を示す音叉を贈呈している。エリスはそのすべての音叉の周波数と一律間の音程のセント値を測定した。本稿ではその測定結果を利用する。

統計手法を用いた雅楽の音高に関する研究については明土(2011)がある。ここでは残差の平均と95%信頼区間より日本のかつての標準音である壱越の周波数が291.333Hzであったことを明らかにした。また、本来の雅楽十二律、雅楽以外の日本音楽の十二律、その二つを統合した「日本音楽十二律」をそれぞれ標準音である壱越から順八逆六法と順六逆八法を組み合わせるとすべての音を推定した。その結果、残差の平均と平方和から日本音楽の十二律は壱越から順のうつりが3、逆のうつりが8だったもの、順に4、逆に7だったもの、順に5、逆に6だったものが有意であり、日本音楽十二律は雅楽と俗楽の十二律を統合したものであるから、その音律は順に5、逆に6だったものであると結論づけた。

第3章 データ

第1節 周波数とセント値

第2節 音律

第3節 エリスの測定値

エリスが測定した日本音楽十二律の測定値は表 3-1 の通りである。測定値とはエリスが実際に測定して求めた周波数である。一律間の音程とは一つ下の音とのセント値である。

日本音名	洋楽音名	測定値(Hz)	一律間の音程(cent)
壱越	D	585.4	109.6
上無	C#,D \flat	549.5	104.5
神仙	C	517.3	88.6
盤渉	B	491.5	113.5
鸞鏡	A#,B \flat	460.3	88.9
黄鐘	A	437.0	110.0
鳧鐘	G#,A \flat	410.1	80.4
双調	G	391.5	118.0
下無	F#,G \flat	365.7	110.4
勝絶	F	343.1	87.4
平調	E	326.2	112.9
断金	D#,E \flat	305.6	74.7
壱越	D	292.7	-

第4節 各音律のセント値

音律が違えば各音間のセント値が違って来る。しかし、音律が同じだとどの周波数の音を出発点にしても各音間のセント値は同じである。ここではそれぞれの音律の壱越からのセント値を分析に用いるため、明土のデータを用いて各音律の壱越からのセント値を求めた。表 3-2 はそのセント値である。測定値はエリスが測定した周波数の壱越からのセント値である。

表3-2

	測定値	0,11	1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	6,5	7,4	8,3	9,2	10,1	11,0
舌越	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0	1200.0
上無	1090.4	1086.3	1086.3	1086.3	1086.3	1086.3	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8	1109.8
神仙	985.9	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	996.1	1019.6	1019.6
盤涉	897.3	882.4	882.4	882.4	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9	905.9
鸞鏡	783.8	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	792.2	815.6	815.6	815.6	815.6
黄鐘	693.9	678.5	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0	702.0
鳧鐘	583.9	588.3	588.3	588.3	588.3	588.3	588.3	611.7	611.7	611.7	611.7	611.7	611.7
双調	503.5	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	498.0	521.5
下無	385.5	384.4	384.4	384.4	384.4	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8	407.8
勝絶	275.0	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	294.1	317.6	317.6	317.6
平調	187.6	180.4	180.4	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9	203.9
断金	74.7	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	90.2	113.7	113.7	113.7	113.7	113.7
舌越	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0	0.0

第4章 分析手法

標準音である壱越の音の周波数の推定は残差の平方和と平均値から推定する。壱越の周波数を θ 、 i 番目の音の壱越からの音程のセント値を d_i 、そしてエリスの測定値の i 番目の周波数を x_i 、その誤差を u_i とすると、

$$\theta \times 2^{\frac{d_i}{1200}} = X_i \times U_i \dots\dots\dots \textcircled{1}$$

と表せられる。①式を底を 2 とする対数に変換し、移項すると

$$\log_2 \theta = \log_2 x_i - \frac{d_i}{1200} + \log_2 u_i \dots\dots\dots \textcircled{2}$$

②式に音律のパターン 12 通りをすべて代入してそれぞれの $\log_2 \theta$ の値を求める。表 4-1 はその結果である。この表から音律 1 通りに対して壱越からオクターブ上の壱越までの平均値と残差の平方和を求め、一番残差の平方和が小さい値の音律をエリスの測定値から推定される当時の日本音楽の音律とみなし、その平均値をその標準音の周波数とする。

	0,11	1,10	2,9	3,8	4,7	5,6	6,5	7,43	8,3	9,2	10,1	11,0
壱越	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193
上無	8.197	8.197	8.197	8.197	8.197	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177
神仙	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.185	8.165	8.165
盤渉	8.206	8.206	8.206	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186
鸞鏡	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.186	8.167	8.167	8.167	8.167
黄鐘	8.206	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187	8.187
鳧鐘	8.190	8.190	8.190	8.190	8.190	8.190	8.170	8.170	8.170	8.170	8.170	8.170
双調	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.198	8.178
下無	8.194	8.194	8.194	8.194	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175	8.175
勝絶	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.177	8.158	8.158	8.158
平調	8.199	8.199	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180
断金	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.180	8.161	8.161	8.161	8.161	8.161
壱越	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193	8.193

第5章 分析結果

第4章で説明した手法によって求めた $\log_2 \theta$ の値は以下の通りである。0,11 から 11,0 まではそれぞれの音律を表している。平均は各音律で壺越と各音のセント値を②式に代入して求めた値の平均値である。偏差平方和は平均との差の平方和である。標準誤差とはその標準誤差である。周波数は平均値の $\log_2 \theta$ を元の周波数の値に変換したものである。結果偏差平方和が最小になるのは音律 3,8 である。

	平均	偏差平方和	標準誤差	周波数
0,11	8.193	0.000938	0.002452	292.576
1,10	8.191	0.000767	0.002217	292.272
2,9	8.190	0.000804	0.002270	291.967
3,8	8.188	0.000529	0.001842	291.663
4,7	8.187	0.000645	0.002033	291.359
5,6	8.185	0.000605	0.001969	291.055
6,5	8.184	0.000783	0.002241	290.752
7,4	8.182	0.001266	0.002849	290.449
8,3	8.181	0.001457	0.003056	290.147
9,2	8.179	0.001938	0.003524	289.844
10,1	8.178	0.002070	0.003642	289.542
11,0	8.176	0.001633	0.003235	289.241