

数学 1D

藤堂眞治教員

2006/03/07

- 参考書・ノート類の持ち込み不可.
- 解答用紙 3 枚, 計算用紙 1 枚. 原則として各問につき 1 枚の解答用紙を用いること.
- 試験終了後, 別紙の「学部授業についてのアンケート」についても記入の上提出のこと.
- 問題の設定が不十分または不適当と思う場合は, その旨を明記し合理的な設定をした上で解答せよ.

1. 以下の微分方程式の一般解を求めよ.

(a) $y' = (-1 + y)y$

(b) $xy' = x^2 - y$

(c) $\dot{x} = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} x$

(d) $2xy + (y^2 - x^2)y' = 0$

(e) $y'' + 5y' + 4y = x^2 e^{2x}$

2.

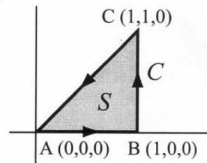


図 1

(a) ベクトル場 $V = (y - x, x, y)$ について以下の量を求めよ. ただし積分領域は図に示す閉曲線 $C(A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow A)$, または C に囲まれる面積 $S(z = 0)$ とする.

i. $\text{div} V$

ii. $\text{rot} V$

iii. $\oint_C V \cdot dr$

iv. $\int_S V \cdot d\sigma$

(b) 円柱座標系 (ρ, ψ, z) を用いて, V を成分表示せよ.

(c) 曲線 $r(t) = (\cos t, \sin t, 2t)$ について,

i. $t = 0$ を始点とした弧長パラメタによる表示を求めよ.

ii. 接線単位ベクトル, 主法線単位ベクトル, 曲率, ねじれ率を計算せよ.

3.

(a) 積分汎関数

$$J[y(x)] = \int dx (x+1)^2 y_x^2$$

に対するオイラー方程式を導け.

(b) ラグランジュの未定乗数法を用いて, $2a, 2b, 2c$ を径とする楕円体に内接する直方体の体積を最大にせよ.