光学

古澤明教員・岡本博教員

2005/02/10

1. ガウシアンビームのビームパラメーター $q(z)$ は,

$$\frac{1}{q(z)} = \frac{1}{R(z)} - i\frac{\lambda}{\pi n \omega^2(z)}$$

と書ける．このとき，z, $R(z)$, $\omega(z)$ の物理的意味を述べよ．

2. 曲率半径 P を持つ凹面ミラーの ABCD 行列を示せ．

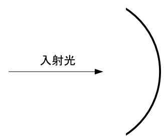

図 1　凹面ミラー

3. この凹面ミラーに，ミラー直前でビームウエスト ω_0 を持つ単色（波長 λ）のガウシアンビームが入射した場合，出力ビームのビームウエストサイズを r, ω_0, λ を用いて表せ．

4. 曲率半径 P_1, P_2 を持つ 2 つの凹面ミラーを対向させて，光共振器を作製する．このとき，凹面ミラー間の距離を L として，この共振器が安定する条件を示せ．

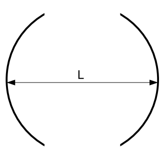

図 2　光共振器

5. 平行光を光凸レンズ（片面が平面，もう片面が凸面のレンズ）で集光する場合，できるだけ球面収差を小さくするためには，レンズを光線に対してどのように配置すればよいか述べよ．

6. 図 3 のような輪帯開口へ垂直に平行光が入射したとする．その場合の無限遠における電場分布を求めよ．なお，必要であれば，ベッセル関数の公式：

$$\int_0^u u' J_0(u')\mathrm{d}u' = uJ_1(u)$$

を用いよ．

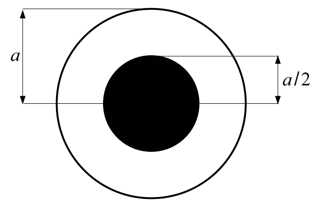

図 3　輪帯開口

7. 反射率 0.99 のミラー 2 枚で光共振器を構成したとする．ミラーでのロスを無視すると，この光共振器に入射した光を 100% 透過させる共振器長 L があることを示せ．ただし，入射光の波長を λ とする．

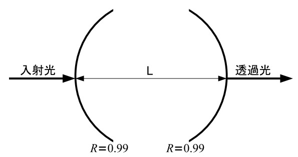

図 4　光共振器への入射光と透過光

8. 図 5 の様に，反射率 0.9 と反射率 1 の 2 枚のミラーで光共振器を構成したとする．光共振器内に光を吸収する物質を入れると，反射率 0.9 のミラー側から入射した光が全く反射されない場合がある．このときの物質によるロスの値を求めよ．ただし，ミラーでのロス，物質端面での反射・散乱は無視する．

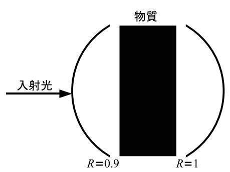

図 5　光共振器中に物質を挿入

9. 可視光を，下図の様に空気中から透明なガラスに入射させる．境界面 zx 面（$y=0$）であり，入射面は xy 面（$z=0$）である．空気の屈折率を 1，ガラスの屈折率を n とする．このとき，図にあるように入社角と反射角は等しくなる．入射角を α，屈折角を β とすると，両者の間には，$\sin\alpha = n\sin\beta$ の関係が成り立つ．空気およびガラスの透磁率は，真空中の透磁率 μ_0 と等しいものとして以下の問に答えよ．

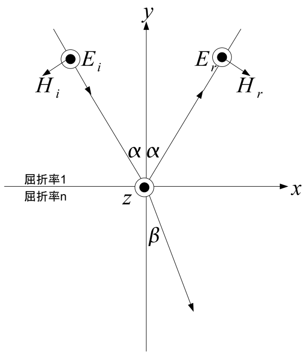

図 6　s 偏光入射

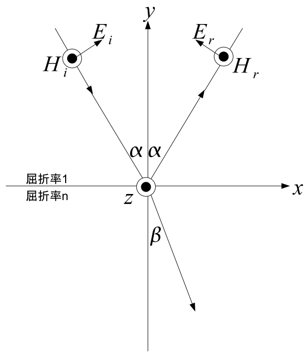

図 7　p 偏光入射

(a) 境界面において，電場および磁場の接線成分は連続である．このことを使って，入社光の電場が入射面に垂直（s 偏光）であるときの電場の振幅反射率 r_s^E と平行（p 偏光）であるときの電場の振幅反射率 r_p^E を，α と β を用いて表せ．（ただし，s 偏光および p 偏光のそれぞれについて，入射光の電場 E_i（磁場 H_i）と反射光の電場 E_r（磁場 H_r）は，下図のベクトルの向きを正にとるものとする．

(b) 入射光の電場が入射面に平行（p 偏光）である場合，適当な入射角を選ぶと電場の振幅反射率は 0 となる．この入射角を α_0 としたとき，α_0 と n の関係を示せ．

(c) 入射光の電場と入射面のなす角度 θ_0 が $0° < \theta_0 < 90°$ であるとき，反射光の電場と入射面のなす角度 θ は θ_0 から変化する．$\theta_0 = 45°$，入射角 $\alpha = 45°$ としたとき，n と $\tan\theta$ の関係を求めよ．ただし，θ は，$0° < \theta < 90°$ の範囲でとるものとする．

(d) 前問で $\theta = 75°$ であったとすると，屈折率 n はいくらか．$\tan 75° = 3.7$ として有効数字二桁で答えよ．

10. ローレンツモデルに非線形項 $m\beta x^2$ を加えた以下の式で表される系を考える．

$$m\ddot{x} + m\Gamma\dot{x} + m\omega_0^2 x + m\beta x^2 = -eE_0 e^{-i\omega t}$$

ここで，m，x，$-e(e > 0)$ は，それぞれ電子の質量，座標，電荷であり，Γ は減衰力の係数，ω_0 は固有角振動数である．ω および $E(\omega) = E_0 e^{-i\omega t}$ は，それぞれ，光の角振動数と電場である．このような振動子の単位体積あたりの数を N とする．非線形項が存在するため，角振動数 ω の電場が加わることによって，角振動数 2ω の非線形分極 $P^{NL}(2\omega)$ が生じる．この過程に対応する二次の非線形感受率 $\chi^{(2)}(2\omega)$ を考える．ここで，$P^{NL}(2\omega) = \epsilon_0\chi^{(2)}(2\omega)E(\omega)^2$（$\epsilon_0$ は真空誘電率）である．β が十分小さいとすると，$\chi^{(2)}(2\omega)$ が以下のように表されることを示せ．また，A を求めよ．

$$\chi^{(2)}(2\omega) = A\left\{\chi^{(1)}(\omega)\right\}^2 \chi^{(1)}(2\omega)$$

（$\chi^{(1)}(\omega)$ は線形感受率であり，線形分極を $P(\omega)$ として，$P(\omega) = \epsilon_0\chi^{(1)}(\omega)E(\omega)$ である．）

11. 金属のドルーデモデルを考える．伝導電子の単位体積あたりの数を N，有効質量を m^*，電荷を $-e(e > 0)$，散乱確率を γ（平均自由時間が γ^{-1}），また，真空誘電率を ϵ_0 とする．光の角振動数を ω として，以下の問に答えよ．

(a) 誘電率の実部 ϵ_1 と ϵ_2 の表式を，プラズマ振動数 $\omega_p = (Ne^2/m^*\epsilon_0)^{1/2}$，$\gamma$，$\epsilon_0$，$\omega$ を用いて示せ．

（b）真空中からこの金属へ角振動数 ω の光が垂直に入射した場合のエネルギー反射率 R を考える．$\omega \ll \gamma \ll \omega_p$ のとき，R が以下の関係を満たすことを示せ．また，A を ω_p と γ を用いて表せ.

$$R = 1 - A\omega^{1/2}$$

12. 以下から 1 つの項目を選び，説明せよ．図や式を用いてわかりやすい説明を試みること.
（a）屈折率楕円体から，任意の方向（法線方向）に進む光に対する屈折率を求める方法.
（b）一軸性結晶と二軸性結晶における光学軸.
（c）第二高調波発生における位相整合.