

# 算法設計

杉原厚吉教員

1997/09/11

1. 長方形領域  $a \leq x \leq a + \Delta t \times m, b \leq y \leq b + \Delta t \times n$  内で定義された偏微分方程式

$$k\left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2}\right) + \rho\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y}\right) + u = 0$$

を, 幅  $\Delta t$  の格子の交点における  $u$  の値

$$u_{ij} = u(a + \Delta t \times i, b + \Delta t \times j) (i = 1, 2, \dots, m, b = 1, 2, \dots, n)$$

を変数とする差分方程式で近似せよ.

2. 連立一次方程式  $Ax = b$  を解くヤコビ法について, 次の間に答えよ.

(a) この方法の概要を述べよ.

(b) この方法はどのような方程式に適しているか.

(c) 偏微分方程式

$$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = Q(x, y)$$

を差分方程式で近似すると連立一次方程式が得られるが, ヤコビ法がこの方程式を解くのに適しているか否かを理由とともに述べよ.

3. 次の対称行列  $A$  のそれぞれの固有値の存在範囲を幅 1 以下の区間で示せ.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$$

4. 次の行列  $A$  を  $LU$  分解せよ.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 1 \\ 1 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

ただし  $L$ (左下三角行列) の対角成分はすべて 1 とする.

5. 「NP 完全」とはどのような概念かをできるだけ正確に述べよ.