

# 代数数理工学

岩田覚教員

2002/07/24

1. 素数  $p$  に関する以下の問に答えよ.

- (a)  $p$  の倍数でない整数  $a$  に関して,  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$  となることを示せ.
- (b)  $f(X) = 1 + x + \cdots + x^{p-1}$  が,  $\mathbf{Q}$  上の既約多項式であることを示せ.

2. 整域に関する以下の問に答えよ.

- (a)  $i = \sqrt{-1}$  に対して,  $\mathbf{Z}[i]$  が Euclid 整域となることを示せ.
- (b) 多項式環  $\mathbf{Z}[x]$  は Euclid 整域でない. この理由を説明せよ.
- (c) 位数有限の整域は体となることを示せ.

3. 4次対称群  $S_4$  に関して, 以下の問に答えよ.

- (a)  $S_4$  の位数はいくつか.
- (b)  $S_4$  の部分群のうちで, 位数が 3 となるものの例を示せ.
- (c)  $S_4$  の部分群のうちで, 位数が 8 となるものの例を示せ.
- (d)  $S_4$  の正規部分群全体からなうモジュラ束の Hasse 図を示せ.
- (e)  $S_4$  の組成列を示せ.
- (f) 立方体を不変にする回転変換全体のなす群が  $S_4$  と同型であることを示せ.

4. 束  $L$  の任意の元  $x, y, z \in L$  に対して, 以下の (a) - (c) が成立することを示せ.

- (a)  $(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \leq x \wedge (y \vee z)$
- (b)  $(x \vee y) \wedge (x \vee z) \geq x \vee (y \wedge z)$
- (c)  $x \leq z \Rightarrow x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge z$