

代数数理工学

岩田覚教員

2002/07/24

1. 素数 p に関する以下の問に答えよ.

- (a) p の倍数でない整数 a に関して, $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ となることを示せ.
- (b) $f(X) = 1 + x + \cdots + x^{p-1}$ が, \mathbf{Q} 上の既約多項式であることを示せ.

2. 整域に関する以下の問に答えよ.

- (a) $i = \sqrt{-1}$ に対して, $\mathbf{Z}[i]$ が Euclid 整域となることを示せ.
- (b) 多項式環 $\mathbf{Z}[x]$ は Euclid 整域でない. この理由を説明せよ.
- (c) 位数有限の整域は体となることを示せ.

3. 4 次対称群 S_4 に関して, 以下の問に答えよ.

- (a) S_4 の位数はいくつか.
- (b) S_4 の部分群のうちで, 位数が 3 となるものの例を示せ.
- (c) S_4 の部分群のうちで, 位数が 8 となるものの例を示せ.
- (d) S_4 の正規部分群全体からなうモジュラ束の Hasse 図を示せ.
- (e) S_4 の組成列を示せ.
- (f) 立方体を不変にする回転変換全体のなす群が S_4 と同型であることを示せ.

4. 束 L の任意の元 $x, y, z \in L$ に対して, 以下の (a) - (c) が成立することを示せ.

- (a) $(x \wedge y) \vee (x \wedge z) \leq x \wedge (y \vee z)$
- (b) $(x \vee y) \wedge (x \vee z) \geq x \vee (y \wedge z)$
- (c) $x \leq z \Rightarrow x \vee (y \wedge z) \leq (x \vee y) \wedge z$