数学 2D

宮下精二教員

2003/07/18

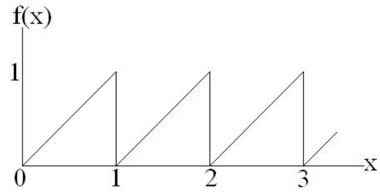
1. 次の積分を実行せよ.
   (a) $\displaystyle\oint_{|z|=1} \frac{1}{(2z-1)(z+2)}dz$
   (b) $\displaystyle\oint_{|z|=2} \frac{e^{-2x}}{(z+1)^2}dz$
   (c) $\displaystyle\int_0^\infty \frac{x\sin ax}{x^2+1}dx \ (a>0)$
   (d) $\displaystyle\oint_{|z|=3} \sqrt{z^2-4}dz$ (切断線は $z=2$ と $z=3$ を結ぶ線分)
   (e) $\displaystyle\int_{-\infty}^\infty \frac{dx}{(x^2+1)(x-3)}$
2. 次のべき級数の収束半径を求めよ.

$$1+z+2^2z^2+\cdots+n^2z^n+\ldots$$

3. 次の値を求めよ.

$$(-2)^{\frac{1}{3}}$$

4. (a) 下図で与えられる関数 $f(x)$ の Fourier 級数展開を求めよ.



   (b) $\dfrac{1}{x^2+a^2}$ を Fourier 変換せよ.
5. (a) 4. (a) の $f(x)$ を Laplace 変換せよ.
   (b) $\cos ax$ を Laplace 変換せよ.
6. エネルギーが

$$E=-J_1\sum_{i=0}^{L-1}\cos(\theta_i-\theta_{i+1})+J_2\sum_{i=0}^{L-1}\cos(\theta_i-\theta_{i+2})$$

で与えられる系を考えよう. $J_1(>0)$, $J_2(>0)$ の関数としての最低エネルギーを求め, そこでの $\{\theta_i\}$ の配位を説明せよ. ただし, 周期的境界条件 $\theta_L=\theta_0$ とする. また, L は十分大きいとしてよい.

7. 微分方程式

$$\frac{dx}{dt} = -\gamma x(t) + f(t)$$

の解を,

$$f(t) = \begin{cases} 1(0 < t \leq 1) \\ 0(1 < t) \end{cases}$$

$$x(0) = 0$$

の場合に求めよ.