

算法設計

2001/07/19

1.

$$-0.001x_1 + 6x_2 = 6.001$$

$$3x_1 + 5x_2 = 2$$

について、精度を 10 進 4 桁とし、ガウスの消去法により解を求めよ。ピボット選択を行う場合と行わない場合の 2 通りを考えよ。

2.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$

の固有値を、誤差 1 以下で求めるための手順について説明し、その値を求めよ。

3. Givens 変換を用いた、実対称行列の固有値を求めるためのアルゴリズムである Jacobi 法について説明せよ。ただし、Givens 変換とは、ある $0 \leq \theta < 2\pi, 1 \leq p \neq q \leq n$ を用いて

$$q_{ij} = \begin{cases} \cos \theta & i = j \in \{p, q\} \\ \sin \theta & i = p, j = q \\ -\sin \theta & i = q, j = p \\ 1 & i = j \notin \{p, q\} \\ 0 & \text{その他} \end{cases}$$

と表される $n \times n$ の直交行列のことである。

4. 以下を何らかの整列のアルゴリズムにより手順を追って整列せよ。

4 7 1 9 6 8 3 1 3 2

その際、2 数の比較を何度行ったか答えよ。また、 n 個の要素の整列のアルゴリズムの計算量の下限について述べよ。必要ならばスターリングの公式 $\log n! \simeq n(\log n - 1)$ を用いよ。